

S'entraîner pour le contrôle

61 Une histoire d'angles

ABC est un triangle rectangle en A tel que :
 $BC = 2 \times AB$.

On construit le triangle équilatéral ADC , extérieur au triangle ABC , ainsi que le triangle ABE isocèle en B , extérieur au triangle ABC , et tels que les points E, B et C sont alignés.

- Réaliser une figure.
- Montrer que les points D, A et E sont alignés.

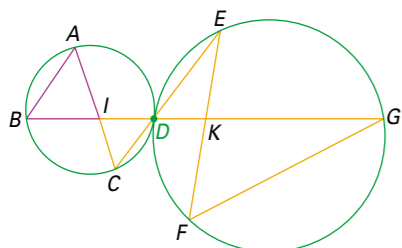
62 Bien maîtriser le parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O , I est le quatrième sommet du parallélogramme $OBCI$ et J est le symétrique du point O par rapport au milieu E du segment $[AB]$.

- Démontrer que les droites (OE) et (BC) sont parallèles, ainsi que les droites (BD) et (JC) .
- Quelle est la nature du quadrilatère $JOCB$?
- Montrer que O est le milieu du segment $[IJ]$.

63 Révision sur les angles inscrits

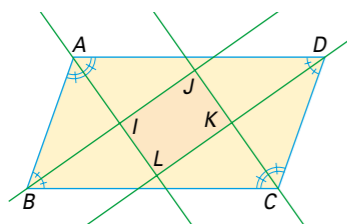
Sur la figure ci-dessous les deux cercles sont tangents en D .



- Démontrer que les triangles ABI et CID ont des angles de même mesure, ainsi que les triangles DEK et FKG .
- Montrer que les angles \widehat{BAI} et \widehat{KFG} ont même mesure.

64 Bissectrices et parallélogramme

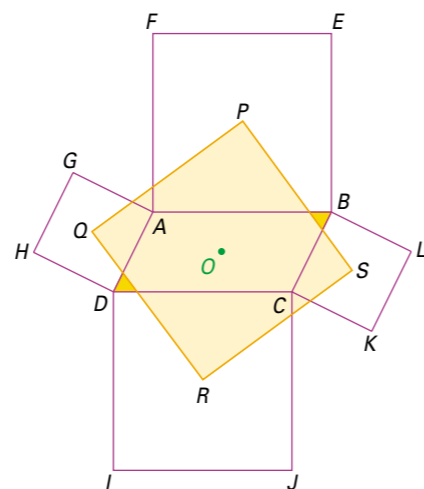
Les bissectrices des angles d'un parallélogramme se coupent en quatre points I, J, K et L , comme dans la figure suivante :



- Justifier que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.
- Montrer que la somme des angles d'un parallélogramme vaut 360° .
- En déduire que l'angle \widehat{ALD} est droit et que le quadrilatère $IJKL$ est un rectangle.

Pour aller plus loin

- 65 Le but de cet exercice est de démontrer que le quadrilatère $PQRS$ est un carré, la figure étant constituée de quatre carrés construits extérieurement au parallélogramme $ABCD$.



- On considère la symétrie de centre O .
 - Quelles sont les images des points A et B ?
 - Justifier que l'image du point E est le point I .
 - En déduire que l'image du point P est le point R .
 - Que peut-on déduire de la nature du quadrilatère $PQRS$?
- On note α la mesure de l'angle \widehat{BPS} .
 - Montrer que les triangles PBS et PAQ ont en commun les longueurs de deux côtés adjacents à un angle de même mesure. On admet alors que ces deux triangles sont superposables.
 - Que peut-on alors en déduire à propos de la mesure des angles \widehat{BPS} et \widehat{APQ} , et de la longueur des côtés PQ et PS .
 - En déduire que le quadrilatère $PQRS$ est un losange.
 - Montrer que $\widehat{QPS} = 90^\circ$.
 - Conclure sur la nature du quadrilatère $PQRS$.

1. Apprendre à démontrer

Comment démontrer un problème de géométrie

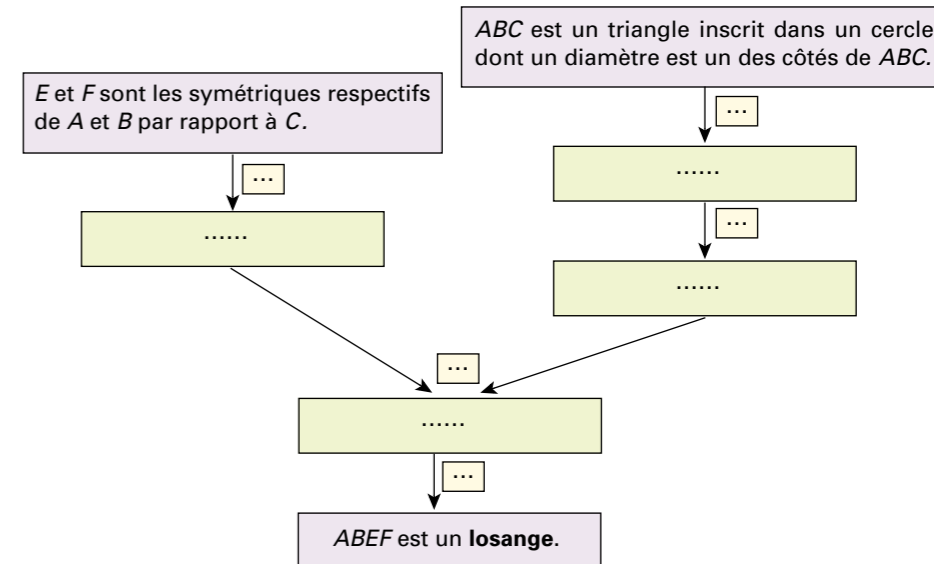
Methodologie

- Avant toute chose ... construire une figure.
- Noter toutes les données du texte.
- Déterminer la (les) propriété(s) que l'on doit utiliser.
- Choisir les « bonnes » données.
- Choisir les « bonnes » propriétés.
- Récapituler en utilisant les mots de liaison adaptés.
- Rédiger la démonstration.

- (\odot) est un cercle de centre O et, A, B et C sont trois points de ce cercle tels que $[AB]$ est un diamètre. On désigne par E et F les symétriques respectifs de A et B par rapport à C .

Les questions ci-dessous permettent de montrer que le quadrilatère $ABEF$ est un losange.

 - Sur une feuille indépendante, l'unité pouvant être le centimètre, réaliser une figure en prenant par exemple, un cercle de rayon 4 cm et une distance AC de 3 cm.
 - Bien relire l'énoncé et en extraire les données en les numérotant.
 - Qu'est-ce qu'un losange ? Énoncer une propriété caractéristique du losange que l'on doit utiliser. Quelles sont alors les deux questions auxquelles on doit répondre pour démontrer que le quadrilatère $ABEF$ est un losange ?
 - Quelles sont les données qui vont permettre de démontrer que :
 - les diagonales du quadrilatère $ABEF$ sont perpendiculaires ?
 - le quadrilatère $ABEF$ est un parallélogramme ?
 - Donner alors les propriétés qui vont permettre de démontrer que :
 - les diagonales du quadrilatère $ABEF$ sont perpendiculaires ;
 - le quadrilatère $ABEF$ est un parallélogramme.
 - Reproduire et compléter le schéma ci-dessous à l'aide de ce qui précède et de mots de liaison comme « et, or, donc ... » que l'on placera dans les étiquettes jaunes.



7. Il ne reste plus qu'à rédiger la démonstration.

- À l'aide de la méthode précédente, démontrer que les droites (OC) , (EB) et (AF) sont parallèles.