Constructions de triangles

① $\widehat{A} = 60°$, $\widehat{B} = 55°$ et $\widehat{C} = 45°$.
② $\widehat{A} = 80°$, $\widehat{B} = 55°$ et $\widehat{C} = 45°$.
③ $BC = 7$ cm, $AB = 5$ cm et $AC = 5{,}8$ cm.
④ $BC = 5{,}8$ cm, $C = 80°$ et $\widehat{B} = 45°$.
⑤ $A = 45°$, $AC = 7$ cm et $AB = 5{,}8$ cm.
⑥ $BC = 5{,}8$ cm, $A = 45°$, $\widehat{B} = 80°$ et $\widehat{C} = 55°$.
⑦ $AB = 7$ cm, $AC = 5$ cm et $\widehat{C} = 80°$.

« Évariste est un jeune apprenti-géomètre qui se demande ce qui est nécessaire ou pas, pour construire un triangle. »

Dans chacun des cas ci-contre, on demande d'effectuer la construction du triangle *ABC* en fonction des données.

Il s'agit alors de préciser :

1 • Si le triangle *ABC* est constructible ou pas. Si oui, le construire. *(À l'aide de la règle graduée, du compas et du rapporteur.)*

2 • Pour chacun des triangles *ABC* construits, effectuer, à l'aide d'une règle graduée et d'un rapporteur, les mesures des côtés et des angles.

3 • En réponse à la question d'Évariste, trouver ce qui est nécessaire et suffisant de connaître pour construire un triangle ?

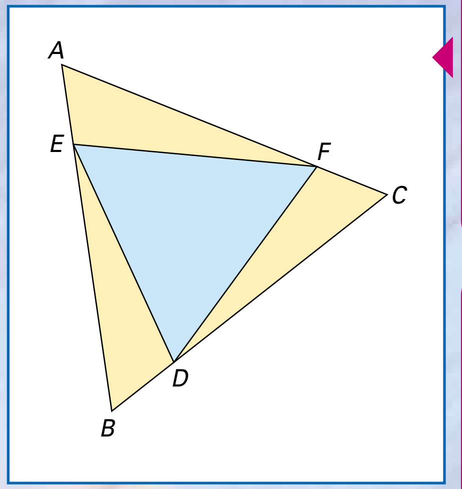
Une démonstration dans le désordre

Le but est de démontrer que le triangle EDF est équilatéral.

1 • Peut-on construire plusieurs triangles *TRI* de formes différentes et tels que $TI = 5$ cm, $TR = 1$ cm et $\widehat{ITR} = 60°$?

2 • *TRI* et *ABC* sont deux triangles tels que :
• $TI = 5$ cm ; $TR = 1$ cm ; $\widehat{ITR} = 60°$;
• $AB = 5$ cm ; $AC = 1$ cm ; $\widehat{BAC} = 60°$.
Que dire de la longueur *BC* ?

On sait que *ABC* est un triangle équilatéral de côté 6 cm.
On construit les points *E*, *D* et *F* sur les côtés du triangle *ABC* de telle sorte que $AE = BD = CF = 1$ cm.



3 • Que semble-t-il raisonnable de démontrer ?

4 • À vous de remettre la démonstration suivante dans l'ordre :

$ED = DF$

$BD = EF$

le triangle *EDF* est équilatéral.

Les triangles *BED* et *DCF* ont des côtés de mêmes longueurs

$BE = CD$

On considère les triangles *BED* et *CDF*

Les angles *EBD* et *CDF* ont même mesure

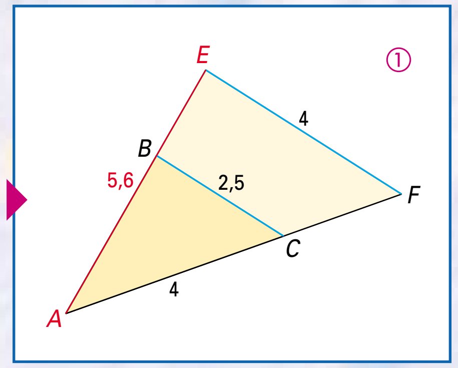
De la même manière on montre que $EF = ED$

Les triangles $\widehat{BED}$ et $\widehat{CDF}$ ont en commun les mesures de deux côtés adjacents à un même angle

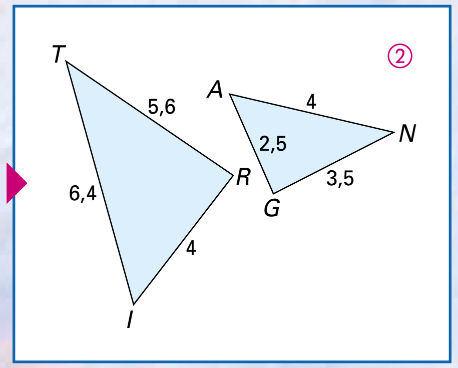
Une propriété des triangles ayant des angles de mêmes mesures

1 • Sur la figure ①, on sait que :
• les droites (*BC*) et (*EF*) sont parallèles ;
• $AE = 5{,}6$ cm ;
• $EF = AC = 4$ cm ;
• $BC = 2{,}5$ cm.

Déterminer les longueurs des côtés de chacun des triangles *ABC* et *AEF*.



2 • Sur la figure ②, on a représenté deux triangles.
Justifier cette affirmation :
« ces triangles ont des angles de mêmes mesures ».

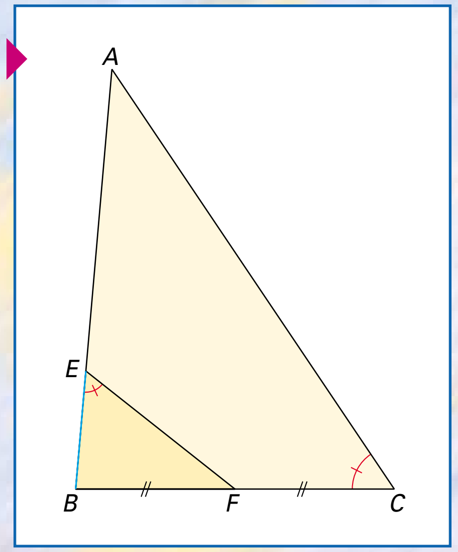


3 • Que peut-on dire des longueurs de deux triangles ayant des angles de mêmes mesures ?

Un exemple de triangles semblables

Sur la figure ci-contre, les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BEF}$ sont égaux, et on a :

$AB = 12$ cm et $BC = 9$ cm.



1 • Réaliser la figure.

2 • Montrer que les triangles *ABC* et *EBF* ont les mêmes angles.

3 • Par superposition des triangles *BJC* et *BAC*, montrer que l'on peut former une configuration de Thalès avec ces deux triangles.
En déduire la longueur *BE*.

4 • D'une manière générale, quel résultat peut-on formuler précisément sur les longueurs des côtés de deux triangles ayant des angles de mêmes mesures ?